Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Matemática
Álgebra Linear - 6876
Ciência da Computação - Turma 01
Exame Final - 06 de Dezembro de 2012 - 9h40min

Nome	Matrícula (RA)	Turma	Chamada	Nota

Questão 1 (2,0 pontos)

Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

calcule: (a) (1,0) $Adj(A)$; (b) (1,0) A^{-1}.

Questão 2 (1,0 pontos)

Verifique quais dos subconjuntos abaixo são linearmente independentes no espaço vetorial real $\mathbb{R}^3$. Justifique sua resposta.

(a) (0,5) $M = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (2,2,5)\}$

(b) (0,5) $N = \{(1,1,1), (1,2,1), (3,2,-1)\}$.

Questão 3 (2,0 pontos)

Considere os seguintes subconjuntos de $\mathbb{R}^3$:

$$W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x + y - z = 0\} \quad \text{e} \quad U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x = y\}$$

(a) (0,5) Mostre que W e U são subespaços de $\mathbb{R}^3$.

(b) (0,5) Determine uma base para W e justifique sua resposta.

(c) (0,5) Determine uma base para U e justifique sua resposta.

(d) (0,5) $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$? Justifique sua resposta.

Questão 4 (1,0 pontos)

Considere as bases $\alpha = \{(1,-1),(0,2)\}$ de $\mathbb{R}^2$ e $\beta = \{(1,0,-1),(0,1,2),(1,2,0)\}$ de $\mathbb{R}^3$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tal que

$$[T]^{\alpha}_{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Determine $T(x,y)$, $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$.

Questão 5 (1,0 pontos)

Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ dada por $T(x,y,z) = (z, x-y, z)$.

(a) (0,5) Determine uma base para $ker(T)$. T é injetora? Justifique sua resposta.

(b) (0,5) Determine uma base para $Im(T)$. T é sobrejetora? Justifique sua resposta.

Questão 6 (1,0 pontos)

Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ dada por

$$T(x,y,z) = (2x + 2y + 2z, x + y, 3z).$$

(a) (0,5) Calcule os autovaloes de T.

(b) (0,5) Sem calcular os autovetores associados aos autovaloes de T, diga se T é diagonalizável e justifique sua resposta.

Questão 7 (2,0 pontos)

Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ cuja matriz da transformação na base canônica de $\mathbb{R}^3$ é

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(a) (0,5) Determine os autovalores de T.

(b) (0,5) Determine os autovetores associados aos autovaloes de T.

(c) (0,5) Determine os autoespaços associados a cada autovalor de T.

(d) (0,5) Caso exista uma base α de $\mathbb{R}^3$ formada autovetores de T, determine $[T]^{\alpha}_{\alpha}$.