Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Matemática
Cálculo Diferencial e Integral II - 2876
Matemática - Turma 32
Prova 4 - 04 de Dezembro de 2012 - 19h30min

| Nome | Matrícula (RA) | Turma | Chamada | Nota |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

**Questão 1** (2,5 pontos)

(a) (1,0) Determine o trabalho realizado pelo campo

$$F(x,y) = \langle e^{sen\, x^2} - 3x^2y, cos(2^y y^3) + 3y^2x \rangle$$

para mover uma partícula que percorre uma única vez a circunferência $x^2 + y^2 = 4$ no sentido anti-horário.

(b) (1,5) Determine o trabalho realizado pelo campo

$$F(x,y) = \langle 4x^3 + y, x + y^4 - y \rangle$$

para mover uma partícula do ponto $(1,0)$ até o ponto $(-1,0)$ ao longo da parte superior da circunferência $x^2 + y^2 = 1$.

**Questão 2** (1,5 pontos)

Calcule o fluxo do campo

$$F(x,y,z) = \langle 3z^2x + cos\, y^z, y^3 + sen\, z^x, 3zx^2 - e^{sen\, y} + cos\, x \rangle$$

através da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

**Questão 3** (2,0 pontos)

Seja $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua tal que $f(x) \geq 0$ para todo $x \in [a,b]$. O sólido $S$ obtido pela rotação do gráfico de $f$ em torno do eixo $x$ tem parametrização

$$x = x, \quad y = f(x)\, cos\, \theta, \quad z = f(x) sen\, \theta, \quad x \in [a,b] \;\; e \;\; \theta \in [0, 2\pi].$$

Mostre, apresentando todos os cálculos, que a área de $S$ é dada por

$$A(s) = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

**Questão 4** (1,0 pontos)

A Figura 1 abaixo mostra uma curva $C$ e algumas curvas de nível de uma função $f$ cujo gradiente é contínuo. Determine $\int_C \nabla f \cdot dr$ e justifique sua resposta. (**Resposta sem justificativa não será considerada**)

**Questão 5** (2,0 pontos)

A Figura 2 abaixo mostra o campo vetorial $F(x, y) = \langle 2xy, x^2 \rangle$ e três curvas que começam em $(1, 2)$ e terminam em $(3, 2)$.

(a) (0,5) Porque $\int_C F \cdot dr$ tem o mesmo valor para as três curvas? Justifique sua resposta.

(b) (1,5) Qual é o valor da integral $\int_C F \cdot dr$?