

Universidade Estadual de Maringá
 Departamento de Matemática
 Cálculo Diferencial e Integral I - 199
 Engenharia Química - Turma 01
 Prova 6 - 24 de Setembro de 2012 - 9h40min

Nome	Matrícula (RA)	Turma	Chamada	Nota

Questão 1 (1,5 pontos)

Se $z = f(x, y) = xy$, em que $x = r\cos(\theta)$ e $y = r\sin(\theta)$. Use a Regra da Cadeira para mostrar que

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$$

Questão 2 (2,0 pontos)

A base de um aquário retangular de volume $4u.v$ é feita de ardósia e os lados são de vidro. O preço do vidro é \$1,00 por unidade de área e o preço da ardósia é \$8,00 por unidade de área. Determine as dimensões do aquário que minimizem o custo do material, usando multiplicadores de Lagrange.

Questão 3 (2,5 pontos)

A temperatura em um ponto (x, y, z) de uma chapa metálica plana é dada por

$$T(x, y, z) = 200e^{-x^2-3y^2-9z^2}$$

onde T é medido em $^{\circ}\text{C}$ e x, y, z em metros.

- (a) (0,5) Calcule o vetor gradiente $\nabla T(x, y, z)$.
- (b) (1,0) Determine a taxa de variação da temperatura no ponto $P = (2, -1, 2)$ na direção de $Q = (3, -3, 3)$.
- (c) (0,5) Qual é direção de maior crescimento da temperatura em P ?
- (d) (0,5) Qual é taxa máxima de crescimento da temperatura em P ?

Questão 4 (2,5 pontos)

Considere o elipsoide \mathbf{E} de equação $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$ e a esfera \mathbf{S} de equação $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y - 8z + 24 = 0$.

- (a) (0,5) Mostre que o ponto $P = (1, 1, 2)$ está em \mathbf{E} e em \mathbf{S} .
- (b) (0,7) Determine o plano tangente a \mathbf{E} no ponto P .
- (c) (0,8) Determine o plano tangente a \mathbf{S} no ponto P .
- (d) (0,5) Os planos dos itens (b) e (c) são perpendiculares? Justifique sua resposta.

A nota será a soma da nota desta prova com a nota do trabalho feito no dia 21/09/12. Aqueles que não fizeram o trabalho, terão nota máxima de 8,5. Ninguém pode ficar com nota superior a 10,0. As notas não acumulativas.