

Universidade Estadual de Maringá  
 Departamento de Matemática  
 Cálculo Diferencial e Integral I - 199  
 Engenharia Química - Turma 01  
 Prova 6 - 24 de Setembro de 2012 - 9h40min

Nome	Matrícula (RA)	Turma	Chamada	Nota

**Questão 1** (1,5 pontos)

Se  $z = f(x, y) = xy$ , em que  $x = r\cos(\theta)$  e  $y = r\sin(\theta)$ . Use a Regra da Cadeia para mostrar que

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$$

**Questão 2** (2,0 pontos)

A base de um aquário retangular de volume  $4u.v$  é feita de ardósia e os lados são de vidro. O preço do vidro é \$1,00 por unidade de área e o preço da ardósia é \$8,00 por unidade de área. Determine as dimensões do aquário que minimizem o custo do material, usando multiplicadores de Lagrange.

**Questão 3** (2,5 pontos)

A temperatura em um ponto  $(x, y, z)$  de uma chapa metálica plana é dada por

$$T(x, y, z) = 200e^{-x^2-3y^2-9z^2}$$

onde  $T$  é medido em  $^{\circ}C$  e  $x, y, z$  em metros.

- (a) (0,5) Calcule o vetor gradiente  $\nabla T(x, y, z)$ .
- (b) (1,0) Determine a taxa de variação da temperatura no ponto  $P = (2, -1, 2)$  na direção de  $Q = (3, -3, 3)$ .
- (c) (0,5) Qual é direção de maior crescimento da temperatura em  $P$ ?
- (d) (0,5) Qual é taxa máxima de crescimento da temperatura em  $P$ ?

**Questão 4** (2,5 pontos)

Considere o elipsoide **E** de equação  $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$  e a esfera **S** de equação  $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y - 8z + 24 = 0$ .

- (a) (0,5) Mostre que o ponto  $P = (1, 1, 2)$  está em **E** e em **S**.
- (b) (0,7) Determine o plano tangente a **E** no ponto  $P$ .
- (c) (0,8) Determine o plano tangente a **S** no ponto  $P$ .
- (d) (0,5) Os planos dos itens (b) e (c) são perpendiculares? Justifique sua resposta.

**A nota será a soma da nota desta prova com a nota do trabalho feito no dia 21/09/12. Aqueles que não fizeram o trabalho, terão nota máxima de 8,5. Ninguém pode ficar com nota superior a 10,0. As notas não acumulativas.**