Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Matemática
Cálculo Diferencial e Integral I - 199
Engenharia Química - Turma 01
Prova 5 - 17 de Agosto de 2012 - 7h45min

Nome	Matrícula (RA)	Turma	Chamada	Nota

Questão 1 (2,5 pontos)

Considere a curva C de equações paramétricas $x = a\,sen\,t$, $y = b\,cos\,t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

(a) (1,0) Mostre que C é uma elipse determinando sua equação cartesiana.

(b) (0,5) Esboce a curva C juntamente com sua orientação.

(c) (1,0) Use as equações paramétricas de C para determinar a área determinada por esta curva.

Questão 2 (3,5 pontos)

Considere as curvas C_1 C_2 dadas respectivamente pelas equações polares $r_1 = 2\,cos\,\theta$, $r_2 = 2\,sen\,\theta$, $0 \leq \theta < 2\pi$.

(a) (1,0) Determine as equação cartesianas das duas curvas e esboce-as num mesmo plano cartesiano.

(b) (0,5) Mostre geométrica e algebricamente que estas duas curvas se interceptam e determine as coordenas polares e cartesianas destes pontos.

(c) (1,0) Calcule a área da região R que fica entre as duas curvas.

(d) (1,0) Dizemos que duas curvas são ortogonais se elas se interceptam num ponto P e se as respectivas retas tangentes neste ponto P são ortogonais. Mostre que as curvas C_1 e C_2 são ortogonais.

Questo 3 (2,0 pontos)

(a) (1,0) Determine a curvatura da curva $r(t) = \langle e^t cos\,t, e^t sen\,t, t\rangle$ num ponto genérico e no ponto $(1, 0, 0)$.

(b) (1,0) Determine o comprimento da curva dada por

$$r(t) = \langle t^2, sen\,t - t\,cos\,t, cos\,t + t\,sen\,t\rangle, \qquad 0 \leq t \leq \pi.$$

$\square$ **Questão 4** (2,0 pontos)

Uma partícula move-se a partir da posição inicial $r(0) = \langle 1, 0, 0 \rangle$ com velocidade inicial $v(0) = \langle 1, -1, 1 \rangle$. Sua aceleração é dada por $a(t) = \langle 4t, 6t, 1 \rangle$. Determine sua velocidade e posição no instante t.

Lembramos que em coordenadas polares, temos $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\dfrac{dr}{d\theta} sen\theta + r\, cos\theta}{\dfrac{dr}{d\theta} cos\theta - r\, sen\theta}$.